



# Mathématiques

## Enoncés des exercices pour le devoir 2

Licence 1

Série D

1er Semestre

### Exercice 1

Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ . On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & \lambda \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

1. Pour quelle(s) valeur(s) de  $\lambda$ , la matrice  $A$  est-elle inversible? (On utilisera **obligatoirement** un déterminant pour répondre à cette question.)
2. On pose  $\lambda = -7$ . Déterminer  $A^{-1}$ .
3. En utilisant la question précédente et **uniquement** de cette façon, résoudre le système

$$\text{linéaire suivant : } \begin{cases} -x + y + -2z = 3 \\ -x - y + z = -1 \\ 3x + 5y - 7z = 1 \end{cases}$$

### Exercice 2

Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ . On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -5 & -4 \\ 3 & 10 & \lambda \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

1. Pour quelle(s) valeur(s) de  $\lambda$ , la matrice  $A$  est-elle inversible? (On utilisera **obligatoirement** un déterminant pour répondre à cette question.)
2. On pose  $\lambda = 0$ . Déterminer  $A^{-1}$ .
3. En utilisant la question précédente et **uniquement** de cette façon, résoudre le système

$$\text{linéaire suivant : } \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ -2x - 5y - 4z = -1 \\ 3x + 10y = -1 \end{cases}$$

### Exercice 3

Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ . On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 3 & -8 & 2 \\ 5 & -11 & \lambda \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

1. Pour quelle(s) valeur(s) de  $\lambda$ , la matrice  $A$  est-elle inversible? (On utilisera **obligatoirement** un déterminant pour répondre à cette question.)
2. On pose  $\lambda = -5$ . Déterminer  $A^{-1}$ .

3. En utilisant la question précédente et **uniquement** de cette façon, résoudre le système linéaire suivant :
- $$\begin{cases} -x + 3y - 2z = 1 \\ 3x - 8y + 2z = -2 \\ 5x - 11y - 5z = -1 \end{cases}$$

**Exercice 4**

Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ . On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & -8 & -4 \\ 5 & 2 & \lambda \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

1. Pour quelle(s) valeur(s) de  $\lambda$ , la matrice  $A$  est-elle inversible? (On utilisera **obligatoirement** un déterminant pour répondre à cette question.)
  2. On pose  $\lambda = 2$ . Déterminer  $A^{-1}$ .
  3. En utilisant la question précédente et **uniquement** de cette façon, résoudre le système linéaire suivant :
- $$\begin{cases} x + 2y + z = -2 \\ -3x - 8y - 4z = 5 \\ 5x + 2y + 2z = -3 \end{cases}$$

**Exercice 5***Total : ... / 8 pts*

Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ . On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & \lambda & 1 \\ 1 & 8 & -4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

1. Pour quelle(s) valeur(s) de  $\lambda$ , la matrice  $A$  est-elle inversible? (On utilisera **obligatoirement** un déterminant pour répondre à cette question.)
  2. On pose  $\lambda = 5$ . Déterminer  $A^{-1}$ .
  3. En utilisant la question précédente et **uniquement** de cette façon, résoudre le système linéaire suivant :
- $$\begin{cases} x + 3y - z = -2 \\ 2x + 5y + z = 0 \\ x + 8y - 4z = -10 \end{cases}$$

**Exercice 6***Total : ... / 8 pts*

Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ . On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & \lambda \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

1. Pour quelle(s) valeur(s) de  $\lambda$ , la matrice  $A$  est-elle inversible? (On utilisera **obligatoirement** un déterminant pour répondre à cette question.)
  2. On pose  $\lambda = 2$ . Déterminer  $A^{-1}$ .
  3. En utilisant la question précédente et **uniquement** de cette façon, résoudre le système linéaire suivant :
- $$\begin{cases} x - y + 3z = 5 \\ 2x + 3y + 2z = 2 \\ -3x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

**Exercice 7***Total : ... / 8 pts*

Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ . On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & \lambda & 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

1. Pour quelle(s) valeur(s) de  $\lambda$ , la matrice  $A$  est-elle inversible? (On utilisera **obligatoirement** un déterminant pour répondre à cette question.)
2. On pose  $\lambda = 5$ . Déterminer  $A^{-1}$ .
3. En utilisant la question précédente et **uniquement** de cette façon, résoudre le système linéaire suivant : 
$$\begin{cases} 2x - y - z = 3 \\ x + y + 3z = -3 \\ -x + 5y + 4z = 6 \end{cases}$$

**Exercice 8***Total : ... / 8 pts*

Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ . On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & \lambda \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

1. Pour quelle(s) valeur(s) de  $\lambda$ , la matrice  $A$  est-elle inversible? (On utilisera **obligatoirement** un déterminant pour répondre à cette question.)
2. On pose  $\lambda = 1$ . Déterminer  $A^{-1}$ .
3. En utilisant la question précédente et **uniquement** de cette façon, résoudre le système linéaire suivant : 
$$\begin{cases} -3x - y + z = -4 \\ x + y - z = -4 \\ 3x + y + z = 18 \end{cases}$$