

# Statistiques

Licence 1 - Semestre 1

Exercices d'entraînement

Feuille 3

Corrigés

## Correction 1

Pour l'année 2011, si l'inflation est de 1,7%, cela signifie que les prix sont multipliés par 1,017.

Sur la période 2011-2015, les prix sont donc multipliés par :

$$1,017 \times 1,026 \times 1,021 \times 1,019 \times 1,018 \sim 1,10514.$$

Soit une inflation de 10,514%.

Pour avoir le taux moyen, il suffit de prendre la racine cinquième.

Il s'agit d'une moyenne géométrique.

$$\begin{aligned} \text{taux}_{\text{moyen}} &= \sqrt[5]{1,017 \times 1,026 \times 1,021 \times 1,019 \times 1,018} - 1 \\ &\sim \sqrt[5]{1,10514} - 1 \sim 0,0202 \sim 2,02\%. \end{aligned}$$

## Correction 2

1. Pour le placement de type fixe, chaque année, on ajoute au capital 1,5% = 0,015 de celui-ci. Ce qui correspond à multiplier le capital par 1,015.

Pour le placement de type variable, la première année le capital est multiplié par 1,03, la deuxième par 1,02 et la troisième par 1,01.

Ce qui donne le tableau suivant :

Capital	Après 1 an	Après 2 ans	Après 3 ans
Taux fixe	10150	10302,25	10456,78
Taux variable	10300	10506	10611,06

2. (a) On cherche le plus petit entier  $n$  tel que  $1,015^n \geq 1,5$ .

Il s'agit d'une fonction exponentielle de base  $a = 1,015$  dont la fonction réciproque est une fonction logarithme de même base.

On peut aussi trouver à tâtons avec une calculatrice (même basique).

$$\text{On trouve } n = \log_{1,015} 1,5 = \frac{\ln 1,5}{\ln 1,015} \approx 28.$$

(b) On cherche le plus petit entier  $n$  tel que  $1,015^n \geq 2$ .

On obtient 47 ans, soit à tâtons, soit en utilisant,  $\log_{1,015} 2 = \frac{\ln 2}{\ln 1,015}$ .

3. Le taux moyen est  $\sqrt[3]{1,03 \times 1,02 \times 1,01} - 1 \approx 0,019967$  soit un tout petit peu moins de 2%.

4. De la même façon que pour la question 2, on trouve

(a)  $n = 21$ .

(b)  $n = 36$ .

5. On cherche le taux  $t$  tel que  $(1+t)^{20} = 2$ .

Soit  $1+t = \sqrt[20]{2} = 2^{1/20} \approx 1,035264924$  et donc  $t \approx 3,53\%$ .

### Correction 3

On peut résumer les informations dans la tableau suivant :

	Montant en euros	Taux de change	Montant en livres
Change 1	150	1,62	92,59
Change 2	200	1,59	125,79
Change 3	100	1,61	62,11
Change 4	300	1,57	191,08
Total	750		471,57

Le taux moyen est donc  $\frac{750}{471,57} \sim 1,59$ .

C'est la moyenne harmonique des taux :  $\frac{150 + 200 + 100 + 300}{\frac{150}{1,62} + \frac{200}{1,59} + \frac{100}{1,61} + \frac{300}{1,57}}$ .

### Correction 4

1. Nombre d'hommes et de femmes

Soient  $n$  le nombre total d'employés,  $n_1$  le nombre d'hommes et  $n_2$  le nombre de femmes.

On a les relations suivantes :

$$\begin{cases} n_1 + n_2 = n = 500 \\ \frac{2500 \times n_1 + 2200 \times n_2}{n} = 2359 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n_1 + n_2 = 500 \\ 5n_1 + \frac{22}{5}n_2 = 2359 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n_1 + n_2 = 500 \\ 5n_2 - \frac{22}{5}n_2 = 2500 - 2359 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n_1 + n_2 = 500 \\ \frac{3}{5}n_2 = 141 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n_1 = 500 - n_2 = 500 - 235 = 265 \\ n_2 = \frac{5}{3} \times 141 = 47 \times 5 = 235 \end{cases}$$

## 2. Variance moyenne

Soient  $x$  le salaire moyen,  $x_1$  le salaire moyen des hommes et  $x_2$  le salaire moyen des femmes

Soient  $V$  la variance des salaires,  $V_1$  la variance des salaires des hommes et  $V_2$  la variance des salaires des femmes.

On utilise la formule suivante :

$$V = \frac{n_1(V_1 + (x - x_1)^2) + n_2(V_2 + (x - x_2)^2)}{n}$$

Soit ici :

$$V = \frac{265(100^2 + (2359 - 2500)^2) + 235(150^2 + (2359 - 2200)^2)}{500} = 38294$$

## 3. Dispersions

Les coefficients de variations sont donnés par :

$$CV(\text{hommes}) = \frac{\sqrt{V_1}}{\bar{x}_1} = \frac{100}{2500} = 0,04$$

$$CV(\text{femmes}) = \frac{\sqrt{V_2}}{\bar{x}_2} = \frac{150}{2200} \sim 0,068$$

**Correction 5**

On peut résumer les informations dans la tableau suivant :

	Distance en km	Durée en heures, minutes	Durée en heures	Vitesse en km/h
Parcours 1	200	1h45	1,75	114,28
Parcours 2	150	2h	2	75
Parcours 3	120	2h30	2,5	48
Parcours 4	30	1h20	1,33	22,5
Total	500	7h35	7 + 7/12	

La vitesse moyenne globale est le rapport entre la distance totale et la durée totale.

Soit  $200 + 150 + 120 + 30 = 500$  km pour la distance.

Et  $1\text{h}45 + 2\text{h} + 2\text{h}30 + 1\text{h}20 = 7\text{h}35 = 7 + \frac{7}{12}$  heures pour la durée.

On obtient  $V = \frac{500}{7 + \frac{7}{12}} \sim 65,9$  km/h.

C'est la moyenne harmonique des vitesses :

$$V = \frac{200 + 150 + 120 + 30}{\frac{200}{114,28} + \frac{150}{75} + \frac{120}{48} + \frac{30}{22,5}}$$