



Université de Picardie Jules Verne
UFR d'économie et de gestion
Mathématiques - Statistiques

Licence 1

TD 3

Enoncés

Semestre 2

1 Mathématiques

Exercice 1

Soit f la fonction de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} définie par $f(x, y) = x^4 + 2x^3y + y^3 + x$.

1. Etudier la continuité de f .
2. Donner la matrice jacobienne de f .
3. Donner la matrice hessienne de f .

Exercice 2

Soit f la fonction de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} définie par $f(x, y) = e^{xy} - y^2 \ln(y)$.

1. Donner l'ensemble de définition de f .
2. Etudier la continuité de f .
3. Donner la matrice jacobienne de f .
4. Etudier l'existence d'éventuels points critiques.
5. Donner la matrice hessienne de f .

Exercice 3

Déterminer un développement de Taylor à l'ordre 2 au voisinage de $(1, 1)$ de la fonction f de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} définie par $f(x, y) = \frac{x^2}{y} + xy$ pour $y \neq 0$.

2 Probabilités

Exercice 4

On lance six boules dans quatre cases distinctes.

1. On suppose que les six boules sont numérotées de 1 à 6.
 - (a) Déterminer le cardinal de l'univers des possibles Ω .
 - (b) Calculer la probabilité de l'événement A : "la case 1 est vide".
2. Mêmes questions dans le cas où les 6 boules sont identiques en supposant que tous les événements élémentaires ont la même probabilité (à priori, ce n'est pas le cas).

Exercice 5

Soient A et B deux événements tels que $p(A) = \frac{1}{4}$, $p(B) = \frac{2}{3}$ et $p(A \cap B) = \frac{1}{8}$.
 Soient les événements E : "au moins un de ces événements A et B se produit"
 et F : "un et un seul de ces événements A et B se produit".
 Calculer $p(E)$ et $p(F)$.

Exercice 6

Une urne contient des boules numérotées. Dans chacun des cas suivants, déterminer la probabilité que les valeurs des deux boules tirées soient paires. Comparer les résultats.

- (a) L'urne contient 5 boules numérotées de 1 à 5.
 - (i) On tire successivement et avec remise les 2 boules.
 - (ii) On tire successivement et sans remise les 2 boules.
 - (iii) On tire simultanément les 2 boules.
- (b) L'urne contient 50 boules numérotées de 1 à 50.
 - (i) On tire successivement et avec remise les 2 boules.
 - (ii) On tire successivement et sans remise les 2 boules.

Exercice 7

Un individu doit répondre à quatre questions à choix multiples où trois réponses sont proposées à chaque fois, une seule étant correcte.

1. Dans le cas où l'individu répond au hasard et de manière indépendante à chaque question, calculer la probabilité qu'il donne strictement plus de réponses justes que de réponses fausses.
2. Que devient ce qui précède s'il n'y a que deux réponses possibles à chaque question?
3. S'il y en a quatre?