



Université de Picardie Jules Verne
UFR d'économie et de gestion

Mathématiques - Statistiques

Licence 1

TD 9

Enoncés

Semestre 2

1 Mathématiques

Exercice 1

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = e^{(x^2)}$.

1. Calculer $f(0)$, $f'(0)$, $f''(0)$, $f^{(3)}(0)$ et $f^{(4)}(0)$.
2. Ecrire la formule de Taylor-Young à l'ordre 4 en 0 pour la fonction f .
3. En déduire $f(0,1)$ à 10^{-4} près.

Exercice 2

Déterminer le développement limité de f en x_0 à l'ordre n dans les cas suivants :

- (a) $f(x) = 2 \cos x + x \sin x$ pour $x_0 = 0$ et $n = 3$
- (b) $f(x) = 2x^2 + x + 2$ pour $x_0 = 0$ et $n = 2$
- (c) $f(x) = 2x^2 + x + 2$ pour $x_0 = 0$ et $n = 100$
- (d) $f(x) = 2x^2 + x + 2$ pour $x_0 = 0$ et $n = 1$
- (e) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ pour $x_0 = 0$ et $n = 4$
- (f) $f(x) = \frac{\sin x}{e^x}$ pour $x_0 = 0$ et $n = 3$

Exercice 3

A l'aide d'un D.L. d'ordre 2, déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sqrt{1+2x}}{1 - \cos x}$.

2 Probabilités

Exercice 4

Dans une entreprise, il y a 4500 techniciens et 500 cadres. Pour faire un sondage d'opinion, on sélectionne 50 personnes parmi ces employés. On note X le nombre de cadres parmi les 50 personnes choisies.

1. Préciser la loi de X . On écrira en particulier $p(X=k)$ pour tout k de $X(\Omega)$.
2. Calculer l'espérance mathématique et la variance de X .

Exercice 5

Un serrurier dispose de 9 clés pour ouvrir une porte, deux seulement ouvrent effectivement la porte. Il a disposé les 9 clés dans un sac et les essaye une par une au hasard, en remettant celle choisie à chaque fois dans le sac. On note X la variable aléatoire égale au nombre de clés qu'il doit essayer jusqu'à l'ouverture de la porte.

1. Déterminer la loi de X .
2. Déterminer sa fonction de répartition.
3. Calculer son espérance mathématique $E(X)$ et sa variance $V(X)$.

Exercice 6

Soit X le nombre de clients par heure fréquentant une boutique. X suit une loi de Poisson de paramètre λ . La fréquentation moyenne journalière est de 48 clients pour des horaires d'ouvertures 8h-12h et 14h-18h.

1. Déterminer le paramètre λ de X .
2. Sachant qu'il y a encombrement dans la boutique lorsque 10 clients se présentent dans l'heure, calculer la probabilité d'accéder à la boutique sans encombre.

Exercice 7

Sur une durée d'une heure, dans une rue,

- le nombre de voitures y circulant suit une loi de Poisson de moyenne 14,
- le nombre de deux roues y circulant suit une loi de Poisson de moyenne 12,
- le nombre de camions y circulant suit une loi de Poisson de moyenne 4

Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre total de véhicules circulant dans la rue pendant 10 minutes.

1. Quelle loi suit X ?
2. Calculer la probabilité de voir 9 véhicules ou plus entre 14h30 et 14h40.
3. Calculer la probabilité de voir 9 véhicules ou plus entre 14h30 et 14h50.