

Probabilités

Licence 2 - Semestre 3

Exercices d'entraînement

Couple de v.a.r.

Enoncés

Exercice 1

Soit X une v.a.r. discrète dont la loi est donnée par le tableau suivant :

x_i	-2	-1	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

On considère la variable $Y=X^2$.

1. Déterminer la loi de Y .
2. Déterminer la loi du couple (X, Y) .
3. X et Y sont-elles indépendantes?
4. Calculer $\text{cov}(X, Y)$.

Exercice 2

On dispose de 4 boîtes numérotées de 1 à 4.

La boîte numéro k contient k boules numérotées de 1 à k .

On choisit au hasard une boîte puis une boule dans cette boîte.

Soit X le numéro de la boîte et Y le numéro de la boule.

1. Déterminer la loi du couple (X, Y) .
2. Calculer $p(X=Y)$.
3. Déterminer la loi de Y et $E(Y)$.

Exercice 3

Une urne contient 1 boule numérotée 1, 2 boules numérotées 2, 3 boules numérotées 3 et 4 boules numérotées 4.

1. On tire une boule de cette urne, on note X le numéro obtenu.
 - (a) Déterminer la loi de X .
 - (b) Calculer $E(X)$.

2. On effectue dans cette urne deux tirages successifs sans remise. On note Y le numéro de la première boule obtenue et Z le numéro de la deuxième boule.
 - (a) Déterminer la loi du couple (Y, Z) .
 - (b) En déduire les lois marginales de Y et Z .
 - (c) Les variables aléatoires Y et Z sont-elles indépendantes?
 - (d) Déterminer $E(Y + Z)$.

Exercice 4

Une urne contient 2 boules blanches et 3 boules rouges. On effectue 5 tirages sans remise de cette urne. On appelle X le rang de sortie de la première boule blanche et Y le rang de sortie de la deuxième boule blanche. Par exemple, si les 5 tirages donnent $BRRBR$, on a $X = 1$ et $Y = 4$.

1. Déterminer la loi du couple (X, Y) .
2. En déduire les lois marginales.