



Université de Picardie Jules Verne

UFR d'économie et de gestion

Probabilités

Licence 2 - Semestre 3

Exercices d'entraînement

Lois et approximation

Enoncés

Exercice 1

Les résultats à un test de vue sont distribués normalement avec une moyenne de 7 et un écart-type de 2,2.

1. Déterminer la proportion de sujets ayant passé ce test :
 - (a) dont le résultat est supérieur à 8.
 - (b) dont le résultat est compris entre 5 et 10.
2. Calculer le score a tel que 82% des résultats obtenus à ce test soient inférieurs à a .

Exercice 2

Les résultats à un test de compétence sont distribués normalement avec une moyenne de 9 et un écart-type de 2,6.

1. Déterminer la proportion de sujets ayant passé ce test :
 - (a) dont le résultat est supérieur à 11.
 - (b) dont le résultat est compris entre 5 et 10.
2. Calculer le score a tel que 81% des résultats obtenus à ce test soient inférieurs à a .

Exercice 3

Les résultats à un test d'aptitude sont distribués normalement avec une moyenne de 8 et un écart-type de 2,1.

1. Déterminer la proportion de sujets ayant passé ce test :
 - (a) dont le résultat est supérieur à 9.
 - (b) dont le résultat est compris entre 5 et 10.
2. Calculer le score a tel que 75% des résultats obtenus à ce test soient inférieurs à a .

Exercice 4

Dans un poulailler industriel, on étudie le poids X des oeufs pondus. On suppose que celui-ci suit une loi normale de paramètres μ et σ inconnus. On remarque que, sur 100 000 oeufs pondus, 96 407 ont un poids inférieur à 108 grammes et 256 ont un poids supérieur à 118 grammes.

1. Déterminer μ et σ .

2. Déterminer :

(a) $P(X < 85)$

(b) $P(X > 100)$

(c) $P(85 \leq X \leq 100)$

Exercice 5

Dans une population, il y a 5000 hommes et 3000 femmes. On choisit n personnes parmi cette population avec $30 < n < 2000$.

Soit X le nombre de femmes parmi les n personnes choisies.

1. Donner la loi de X .

2. Déterminer $E(X)$ et $V(X)$

3. On suppose $n = 32$.

(a) Par quelles(s) loi(s) peut-on approximer X ?

(b) Déterminer $P(X < 15)$.

(c) Déterminer $P(X > 11)$.

4. On suppose $n = 320$.

(a) Par quelles(s) loi(s) peut-on approximer X ?

(b) Déterminer $P(X < 110)$.

(c) Déterminer $P(X > 125)$.

Exercice 6

Un lot de N pots de confiture contient 0,2% de pots avariés. Soit X la v.a.r. égale au nombre de pots avariés parmi 1000 pots.

1. Quelle loi suit X ?

2. Pour quelles valeurs de N peut-on donner une approximation de X par une loi de Poisson?

3. On suppose l'approximation effective.

Quelle est la probabilité que, parmi 1000 pots, il y ait au plus 4 pots avariés?

Exercice 7

Une entreprise compte 300 employés. Chacun d'eux téléphone en moyenne 6 minutes par heure.

1. Quelle est la probabilité qu'un employé soit au téléphone à un instant t ?

2. Soit X la v.a.r. égale au nombre d'employés qui téléphonent à un instant t fixé. Quelle loi suit X ?

3. Quel est le nombre N de lignes téléphoniques que l'entreprise doit installer pour que la probabilité que toutes les lignes soient utilisées simultanément soit au plus égale à 0,025?

Exercice 8

Une entreprise fabrique des téléphones portables. Après contrôle qualité, 0,6% des téléphones sont encore défectueux. Soit X_n le nombre de téléphones défectueux dans un lot de n téléphones.

1. Quelle est la loi de la variable aléatoire X_n ?
2. Pour $n = 500$, par quelle loi peut-on approcher la loi de la variable aléatoire X_n ? En déduire, pour cette valeur de n , une approximation de la probabilité qu'il y ait au plus deux téléphones défectueux.

Exercice 9

Un dé non truqué est lancé 9000 fois. On note X la v.a.r. égale au nombre de 6 obtenus.

1. Quelle est la loi de X
2. Par quelle loi peut-on approcher la loi de X .
3. Calculer la probabilité la probabilité de l'événement "on a obtenu 6 entre 1400 et 1600 fois" :
 - (a) avec correction de continuité
 - (b) sans correction de continuité