Université de Picardie Jules Verne

UFR d'économie et de gestion

Mathématiques - Probabilités

Licence 2

TD 5 **Enoncés** **Semestre 3**

---

1 Mathématiques

Exercice 1

Déterminer $P[M]$ dans les cas suivants :

(i) $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ et $P = X^3 + X^2 + X + 1$

(ii) $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ et $P = X^2 - 9X + 18$

(iii) $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ et $P = X^2 + 2$.

Exercice 2

Soit $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ et soit $U = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ identifié à $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

Dans les cas suivants, résoudre l'équation $AU = \lambda U$ et vérifier que l'ensemble des solutions est un s.e.v. de $\mathbb{R}^3$:

(i) $\lambda = 4$

(ii) $\lambda = 2$

2 Probabilités

Exercice 3

On s'intéresse au poids p d'une pièce produite par une machine, on suppose que celui-ci suit une loi normale de paramètres μ et σ inconnus.

A. Sur dix relevés de poids (en grammes), on note :

$p_1 = 52$	$p_2 = 49$	$p_3 = 51$	$p_4 = 50$	$p_5 = 51$
$p_6 = 45$	$p_7 = 52$	$p_8 = 50$	$p_9 = 49$	$p_{10} = 51$

1. Donner une estimation ponctuelle de μ et de σ^2 avec et sans biais.
2. Donner un intervalle de confiance de μ à 95%.
3. Si on suppose que $\sigma^2 = 4$, donner un intervalle de confiance de μ à 95%.
4. Donner un intervalle de confiance de σ^2 à 95%.

B. Sur 100 relevés de poids, on obtient : $\sum_{i=1}^{100} p_i = 5100$ et $\sum_{i=1}^{100} p_i^2 = 260490$.

1. Donner une estimation ponctuelle de μ et de σ^2 sans biais.
2. Donner un intervalle de confiance de μ à 99%.
3. Donner un intervalle de confiance de σ^2 à 95%.